

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**Федеральное агентство по образованию**

**Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования**

**«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»**

**(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация» (РК)**

**Кафедра «Системы автоматизированного проектирования» (РК6)**

****

**Домашнее задание №4 по «Теории вероятности».**

**Студент: Сергеева Диана**

**Группа:** РК6-36Б

**Преподаватель:** Берчун Ю.В

Проверил:

Дата:

Москва

2020

R1=8, G1=7, B1=5, R2=11, G2=10, B2=11, R3=6, G3=9, B3=8

# Генератор псевдослучайных чисел:

## Постройте свой генератор с параметрами a = R1, c = G1, X0 = B1, m = 100 (здесь и далее числовые значения берутся из таблиц исходных данных к первому домашнему заданию). Составьте таблицу элементов последовательности до первого повторения, определите период генератора.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | i | Xi | i | Xi |
| 0 | 5 |  |  |  |  |
| 1 | 47 | 21 | 47 | 41 | 47 |
| 2 | 83 | 22 | 83 | 42 | 83 |
| 3 | 71 | 23 | 71 | 43 | 71 |
| 4 | 75 | 24 | 75 | 44 | 75 |
| 5 | 7 | 25 | 7 | 45 | 7 |
| 6 | 63 | 26 | 63 | 46 | 63 |
| 7 | 11 | 27 | 11 | 47 | 11 |
| 8 | 95 | 28 | 95 | 48 | 95 |
| 9 | 67 | 29 | 67 | 49 | 67 |
| 10 | 43 | 30 | 43 | 50 | 43 |
| 11 | 51 | 31 | 51 | 51 | 51 |
| 12 | 15 | 32 | 15 | 52 | 15 |
| 13 | 27 | 33 | 27 | 53 | 27 |
| 14 | 23 | 34 | 23 | 54 | 23 |
| 15 | 91 | 35 | 91 | 55 | 91 |
| 16 | 35 | 36 | 35 | 56 | 35 |
| 17 | 87 | 37 | 87 | 57 | 87 |
| 18 | 3 | 38 | 3 | 58 | 3 |
| 19 | 31 | 39 | 31 | 59 | 31 |
| 20 | 55 | 40 | 55 | 60 | 55 |

Период равен 20

## Постройте свой генератор с рационально выбранными параметрами a и c (согласно таблицам ниже), X0 = B1, m = 100. Составьте таблицу элементов последовательности до первого повторения, убедитесь в достижении максимального периода генератора.

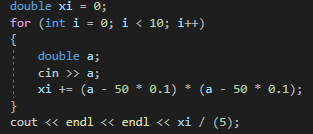
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | i | Xi | i | Xi | i | Xi | i | Xi |
| 0 | 5 | 25 | 80 | 50 | 55 | 75 | 30 | 100 | 5 |
| 1 | 76 | 26 | 51 | 51 | 26 | 76 | 1 | 101 | 76 |
| 2 | 87 | 27 | 62 | 52 | 37 | 77 | 12 | 102 | 87 |
| 3 | 38 | 28 | 13 | 53 | 88 | 78 | 63 | 103 | 38 |
| 4 | 29 | 29 | 4 | 54 | 79 | 79 | 54 | 104 | 29 |
| 5 | 60 | 30 | 35 | 55 | 10 | 80 | 85 | 105 | 60 |
| 6 | 31 | 31 | 6 | 56 | 81 | 81 | 56 | 106 | 31 |
| 7 | 42 | 32 | 17 | 57 | 92 | 82 | 67 | 107 | 42 |
| 8 | 93 | 33 | 68 | 58 | 43 | 83 | 18 | 108 | 93 |
| 9 | 84 | 34 | 59 | 59 | 34 | 84 | 9 | 109 | 84 |
| 10 | 15 | 35 | 90 | 60 | 65 | 85 | 40 | 110 | 15 |
| 11 | 86 | 36 | 61 | 61 | 36 | 86 | 11 | 111 | 86 |
| 12 | 97 | 37 | 72 | 62 | 47 | 87 | 22 | 112 | 97 |
| 13 | 48 | 38 | 23 | 63 | 98 | 88 | 73 | 113 | 48 |
| 14 | 39 | 39 | 14 | 64 | 89 | 89 | 64 | 114 | 39 |
| 15 | 70 | 40 | 45 | 65 | 20 | 90 | 95 | 115 | 70 |
| 16 | 41 | 41 | 16 | 66 | 91 | 91 | 66 | 116 | 41 |
| 17 | 52 | 42 | 27 | 67 | 2 | 92 | 77 | 117 | 52 |
| 18 | 3 | 43 | 78 | 68 | 53 | 93 | 28 | 118 | 3 |
| 19 | 94 | 44 | 69 | 69 | 44 | 94 | 19 | 119 | 94 |
| 20 | 25 | 45 | 0 | 70 | 75 | 95 | 50 | 120 | 25 |
| 21 | 96 | 46 | 71 | 71 | 46 | 96 | 21 | 121 | 96 |
| 22 | 7 | 47 | 82 | 72 | 57 | 97 | 32 | 122 | 7 |
| 23 | 58 | 48 | 33 | 73 | 8 | 98 | 83 | 123 | 58 |
| 24 | 49 | 49 | 24 | 74 | 99 | 99 | 74 | 124 | 49 |

Период достигает максимального периода генератора (m)

## Для этого возьмите первые n = 50 значений из ранее полученной таблицы. Разбейте отрезок [0;99] на r = 10 равных частей [0;9], [10;19], …, [90;99]. Определите число элементов усечённой последовательности , попавших в соответствующий диапазон и постройте гистограмму.

|  |  |
| --- | --- |
| [0; 9] | 6 |
| [10; 19] | 5 |
| [20; 29] | 5 |
| [30; 39] | 5 |
| [40; 49] | 5 |
| [50; 59] | 4 |
| [60; 69] | 5 |
| [70; 79] | 5 |
| [80; 89] | 5 |
| [90; 99] | 5 |

## Для этого рассчитаем значение коэффициента по *n* = 50 точкам: , где *pi* – вероятность попадания случайной величины в соответствующий диапазон (численно соответствует площади под графиком плотности распределения для рассматриваемого диапазона). Для равномерного распределения , и поэтому в рассматриваемой задаче .

**

## В нашем случае требуется определить такое значение уровня значимости, с которым можно принять гипотезу о том, что статистическая выборка соответствует равномерному распределению. Полученный уровень значимости можно будет рассматривать как характеристику качества работы генератора случайных чисел, с помощью которого была получена статистическая выборка. Таблицы критических значений распределения в часто ограничены представлением уровней значимости, близкими к 0 или к 1. Поэтому в рамках решаемой задачи рекомендуется пользоваться расширенным вариантом этой таблицы, в котором представлены и промежуточные значения (приводится ниже).

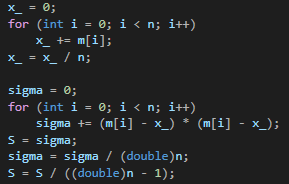
В нашем случае , . Тогда ближайшим значением будет .

## Требуется рассчитать выборочные характеристики (выборочное среднее, смещённую и исправленную оценки выборочной дисперсии) для n = 5, 10, 25 и 50 и сравнить их с соответствующими характеристиками теоретического равномерного распределения (математическим ожиданием и дисперсией). Результаты свести в таблицу, с указанием величины отклонений от теоретических значений.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 5 | 47 | 49.5 | 2.5 |
| 10 | 54.5 | 49.5 | 5 |
| 25 | 53 | 49.5 | 3.5 |
| 50 | 48.5 | 49.5 | 1 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 5 | 922 | 816.75 | 105.25 |
| 10 | 798.25 | 816.75 | 18.5 |
| 25 | 884 | 816.75 | 67.25 |
| 50 | 848.25 | 816.75 | 31.5 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 5 | 1152.5 | 816.75 | 335.75 |
| 10 | 886.94 | 816.75 | 70.194 |
| 25 | 920.83 | 816.75 | 104.083 |
| 50 | 865.56 | 816.75 | 48.81 |



# Задание 2(GPSS)

Рассматривается имитационная модель системы массового обслуживания на GPSS. Смоделируем поведение покупателя в магазине, в котором работают 2 кассы, причём к каждой из них выстраивается отдельная очередь, а квалификация сотрудников немного отличается, поэтому время обслуживания распределено с разными параметрами. Все случайные интервалы времени для простоты будем считать равномерно распределёнными (но независимыми, привязанными к разным потокам случайных чисел). Каждая касса будет представлена одноканальным устройством, обращение к которым будем осуществлять по номерам. Очереди также будут идентифицироваться номерами, без введения символьных имён.

Моделирование будем проводить в течение 1 часа, в качестве единицы времени будем выбирать секунду. Время между приходом покупателей распределено на отрезке [0; R1+G1+B1]. Время обслуживания на первой кассе распределено на отрезке [R1; R1+G1+B1]. Время обслуживания на второй кассе распределено на отрезке [G1; R1+G1+B1].

При принятии решения покупатель сперва проверяет, есть ли свободная касса, и, если есть, направляется к ней. Если же обе кассы заняты, то выбирает кассу, очередь к которой в данный момент короче (очередь понимается с бытовой точки зрения, хотя модель можно было бы упростить, если иначе выбрать расположение блоков DEPART). Если же свободны обе кассы, или очередь к ним одинакова, то выбирается первая касса.

Перед описанием модели используем конструкцию EQU (сокращение от слова «эквивалентность») для удобства изменения привязки к потокам случайных чисел. По смыслу она аналогична директиве define препроцессора языка C.

rnd EQU 1

GENERATE (uniform(rnd,0,32))

GATE U 1,metka1

GATE U 2,metka2

TEST LE Q1,Q2,metka2

metka1 QUEUE 1

SEIZE 1

DEPART 1

ADVANCE (uniform(rnd+1,11,32))

RELEASE 1

TERMINATE

metka2 QUEUE 2

SEIZE 2

DEPART 2

ADVANCE (uniform(rnd+2,10,32))

RELEASE 2

TERMINATE

GENERATE 3600

TERMINATE 1

START 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| rnd | 1 | 2 | 1 | 2 | rnd | 1 | | 2 | 1 | | 2 |
| Загруженность | | Средняя длина очереди | |  | | Загруженность | | | Средняя длина очереди | | |
| 1 | 0,81 | 0,559 | 0,199 | 0,053 | 51 | 0,796 | | 0,524 | 0,182 | | 0,037 |
| 2 | 0,805 | 0,579 | 0,267 | 0,098 | 52 | 0,825 | | 0,615 | 0,297 | | 0,115 |
| 3 | 0,794 | 0,56 | 0,198 | 0,069 | 53 | 0,805 | | 0,561 | 0,158 | | 0,046 |
| 4 | 0,806 | 0,551 | 0,148 | 0,028 | 54 | 0,775 | | 0,526 | 0,155 | | 0,48 |
| 5 | 0,806 | 0,551 | 0,148 | 0,028 | 55 | 0,788 | | 0,549 | 0,257 | | 0,119 |
| 6 | 0,804 | 0,538 | 0,204 | 0,051 | 56 | 0,794 | | 0,577 | 0,224 | | 0,073 |
| 7 | 0,838 | 0,585 | 0,248 | 0,68 | 57 | 0,804 | | 0,561 | 0,234 | | 0,082 |
| 8 | 0,795 | 0,501 | 0,162 | 0,051 | 58 | 0,776 | | 0,555 | 0,194 | | 0,08 |
| 9 | 0,82 | 0,594 | 0,248 | 0,091 | 59 | 0,774 | | 0,574 | 0,18 | | 0,045 |
| 10 | 0,783 | 0,54 | 0,212 | 0,084 | 60 | 0,82 | | 0,579 | 0,22 | | 0,082 |
| 11 | 0,831 | 0,634 | 0,332 | 0,167 | 61 | 0,788 | | 0,565 | 0,167 | | 0,037 |
| 12 | 0,804 | 0,601 | 0,242 | 0,095 | 62 | 0,827 | | 0,575 | 0,208 | | 0,044 |
| 13 | 0,783 | 0,538 | 0,187 | 0,073 | 63 | 0,811 | | 0,559 | 0,228 | | 0,066 |
| 14 | 0,792 | 0,55 | 0,153 | 0,045 | 64 | 0,801 | | 0,576 | 0,238 | | 0,072 |
| 15 | 0,801 | 0,571 | 0,188 | 0,061 | 65 | 0,811 | | 0,536 | 0,176 | | 0,039 |
| 16 | 0,822 | 0,58 | 0,237 | 0,07 | 66 | 0,808 | | 0,58 | 0,233 | | 0,073 |
| 17 | 0,804 | 0,579 | 0,255 | 0,092 | 67 | 0,788 | | 0,543 | 0,223 | | 0,082 |
| 18 | 0,802 | 0,582 | 0,212 | 0,082 | 68 | 0,819 | | 0,589 | 0,257 | | 0,102 |
| 19 | 0,795 | 0,55 | 0,178 | 0,069 | 69 | 0,83 | | 0,604 | 0,297 | | 0,108 |
| 20 | 0,791 | 0,536 | 0,195 | 0,065 | 70 | 0,795 | | 0,517 | 0,18 | | 0,036 |
| 21 | 0,757 | 0,502 | 0,128 | 0,03 | 71 | 0,799 | | 0,554 | 0,172 | | 0,037 |
| 22 | 0,806 | 0,605 | 0,274 | 0,091 | 72 | 0,828 | | 0,556 | 0,267 | | 0,095 |
| 23 | 0,815 | 0,591 | 0,217 | 0,043 | 73 | 0,815 | | 0,546 | 0,206 | | 0,067 |
| 24 | 0,817 | 0,586 | 0,335 | 0,173 | 74 | 0,787 | | 0,578 | 0,206 | | 0,053 |
| 25 | 0,815 | 0,596 | 0,251 | 0,077 | 75 | 0,813 | | 0,556 | 0,201 | | 0,058 |
| 26 | 0,808 | 0,579 | 0,288 | 0,12 | 76 | 0,804 | | 0,644 | 0,263 | | 0,11 |
| 27 | 0,803 | 0,582 | 0,187 | 0,049 | 77 | 0,813 | | 0,602 | 0,23 | | 0,078 |
| 28 | 0,817 | 0,544 | 0,224 | 0,086 | 78 | 0,797 | | 0,56 | 0,291 | | 0,135 |
| 29 | 0,765 | 0,497 | 0,149 | 0,03 | 79 | 0,84 | | 0,588 | 0,296 | | 0,122 |
| 30 | 0,813 | 0,553 | 0,221 | 0,083 | 80 | 0,836 | | 0,553 | 0,201 | | 0,057 |
| 31 | 0,82 | 0,581 | 0,234 | 0,072 | 81 | 0,792 | | 0,56 | 0,185 | | 0,069 |
| 32 | 0,835 | 0,549 | 0,278 | 0,094 | 82 | 0,801 | | 0,555 | 0,186 | | 0,05 |
| 33 | 0,792 | 0,477 | 0,141 | 0,039 | 83 | 0,814 | | 0,579 | 0,182 | | 0,058 |
| 34 | 0,827 | 0,633 | 0,389 | 0,179 | 84 | 0,798 | | 0,585 | 0,256 | | 0,096 |
| 35 | 0,801 | 0,582 | 0,219 | 0,069 | 85 | 0,784 | | 0,578 | 0,169 | | 0,032 |
| 36 | 0,804 | 0,567 | 0,21 | 0,065 | 86 | 0,809 | | 0,551 | 0,167 | | 0,06 |
| 37 | 0,812 | 0,604 | 0,235 | 0,082 | 87 | 0,779 | | 0,547 | 0,164 | | 0,036 |
| 38 | 0,805 | 0,575 | 0,232 | 0,078 | 88 | 0,792 | | 0,539 | 0,183 | | 0,047 |
| 39 | 0,796 | 0,564 | 0,211 | 0,066 | 89 | 0,818 | | 0,586 | 0,279 | | 0,075 |
| 40 | 0,781 | 0,534 | 0,184 | 0,05 | 90 | 0,806 | | 0,544 | 0,269 | | 0,084 |
| 41 | 0,805 | 0,55 | 0,223 | 0,056 | 91 | 0,792 | | 0,576 | 0,247 | | 0,102 |
| 42 | 0,779 | 0,554 | 0,135 | 0,024 | 92 | 0,805 | | 0,563 | 0,232 | | 0,059 |
| 43 | 0,798 | 0,567 | 0,233 | 0,081 | 93 | 0,788 | | 0,495 | 0,145 | | 0,035 |
| 44 | 0,792 | 0,52 | 0,212 | 0,072 | 94 | 0,806 | | 0,588 | 0,168 | | 0,038 |
| 45 | 0,829 | 0,585 | 0,359 | 0,194 | 95 | 0,811 | | 0,6 | 0,252 | | 0,068 |
| 46 | 0,849 | 0,618 | 0,271 | 0,095 | 96 | 0,811 | | 0,567 | 0,211 | | 0,077 |
| 47 | 0,78 | 0,511 | 0,136 | 0,045 | 97 | 0,794 | | 0,563 | 0,21 | | 0,066 |
| 48 | 0,798 | 0,565 | 0,236 | 0,089 | 98 | 0,817 | | 0,641 | 0,289 | | 0,113 |
| 49 | 0,826 | 0,601 | 0,255 | 0,08 | 99 | 0,829 | | 0,594 | 0,237 | | 0,071 |
| 50 | 0,824 | 0,554 | 0,25 | 0,083 | 100 | 0,797 | | 0,564 | 0,183 | | 0,052 |

## Рассчитайте выборочные средние и исправленные выборочные оценки дисперсии для каждой собранной характеристики при n = 10, 25, 50, 100.

Загруженность 1 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 | 0.8061 | 0.00020349 | 0.0002261 |
| 25 | 0.80384 | 0.0002641344 | 0.00027514 |
| 50 | 0.8051 | 0.00031681 | 0.0003232755 |
| 100 | 0.80465 | 0.0002831875 | 0.0002860480 |

Загруженность 2 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 | 0.5598 | 0.00081896 | 0.0009099556 |
| 25 | 0.56796 | 0.0009884384 | 0.0010296233 |
| 50 | 0.5649 | 0.00112593 | 0.0011489082 |
| 100 | 0.56622 | 0.0009436116 | 0.00095314 |

Средняя длина очереди 1 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 | 0.2034 | 0.00159984 | 0.0017776 |
| 25 | 0.21672 | 0.0027062816 | 0.0028190433 |
| 50 | 0.2226 | 0.00314788 | 0.0032121224 |
| 100 | 0.21985 | 0.0024751875 | 0.0025001894 |

Средняя длина очереди 2 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 | 0.1233 | 0.03496521 | 0.0388502333 |
| 25 | 0.09864 | 0.0152954304 | 0.01593274 |
| 50 | 0.08894 | 0.0084737364 | 0.0086466698 |
| 100 | 0.08365 | 0.0062595275 | 0.0063227551 |

## На основе полученных выборок для n = 100 построить гистограммы. Ширину интервалов выбирать не более половины исправленной оценки среднеквадратичного отклонения соответствующей величины. При попадании в крайние интервалы менее 5 значений объединять их с соседними.

Загруженность 1 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |

Загруженность 2 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Средняя длина очереди 1 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Средняя длина очереди 2 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## Для каждой пары собранных характеристик рассчитайте выборочные ковариации и коэффициенты корреляции (для значений n = 10, 25, 50, 100).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Коэффициент загрузки | | Средняя длина очереди | |
| Выборочная ковариация | Коэффициент корреляции | Выборочная ковариация | Коэффициент корреляции |
| 10 | 0.000268 | 0.003378 | 0.00395 | 0.078986 |
| 25 | 0.000396 | 0.001721 | 0.002505 | 0.019503 |
| 50 | 0.000424 | 0.000844 | 0.002272 | 0.009106 |
| 100 | 0.0003 | 0.000315 | 0.001374 | 0.003302 |

## Для тех же значений n = 10, 25, 60 требуется рассчитать доверительные интервалы для математических ожиданий каждой из собранных характеристик с уровнями значимости α = 0,1 и 0,01 (для двусторонней симметричной области).

Загруженность 1 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |

Загруженность 2 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |

Средняя длина очереди 1 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |

Средняя длина очереди 2 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |